

**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 29 ΜΑΪΟΥ 2004
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

ΘΕΜΑ 1ο

- A. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$, τα οποία δεν είναι παράλληλα προς τον άξονα γένους και έχουν συντελεστές διεύθυνσης λ_1 και λ_2 αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

$$\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \lambda_2 = -1 .$$

Μονάδες 10

- B. Έστω δύο σημεία E και E' ενός επιπέδου. Τι ονομάζεται υπερβολή με εστίες τα σημεία E και E' στο συγκεκριμένο επίπεδο ;

Μονάδες 5

- G. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- a. Αν $A \neq 0$ ή $B \neq 0$, η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει ευθεία.

Μονάδες 2

- b. Στην παραβολή $y^2 = 2px$, η εξίσωση της διευθετούσας είναι $x = \frac{p}{2}$.

Μονάδες 2

- γ. Δίνονται οι ακέραιοι αριθμοί $\alpha, \beta, \gamma, k, \lambda$ με $\alpha \neq 0$. Αν $\alpha | \beta$ και $\alpha | \gamma$, τότε $\alpha | (k\beta + \lambda\gamma)$.

Μονάδες 2

- δ.** Αν A , B , G είναι κορυφές του τριγώνου ABG , τότε το εμβαδόν του είναι:

$$(ABG) = \frac{1}{2} \left| \det(\vec{AB}, \vec{AG}) \right|$$

Μονάδες 2

- ε.** Η εκκεντρότητα ε της έλλειψης είναι μεγαλύτερη της μονάδας.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1, 2)$ και $\vec{\beta} = (2, 3)$

- Α.** Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma} = 5\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$.

Μονάδες 8

- Β.** Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το $\vec{\gamma}$ με τον άξονα x' .

Μονάδες 8

- Γ.** Να βρείτε τον αριθμό $k \in \mathbb{R}$, ώστε το διάνυσμα $\vec{v} = (k^2 - k, k)$ να είναι κάθετο στο $\vec{\alpha}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται ο ακέραιος αριθμός $\alpha = 12k - 5$, όπου $k \in \mathbb{Z}$.

- Α.** Να αποδείξετε ότι ο α είναι περιττός αριθμός.

Μονάδες 7

- Β.** Να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του α διά του 4.

Μονάδες 8

- Γ.** Να αποδείξετε ότι ο αριθμός $A = (\alpha^2 + 15)(\alpha^2 - 1)$ είναι πολλαπλάσιο του 64.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνονται οι παράλληλες ευθείες ε_1 : $3x + 4y + 6 = 0$ και ε_2 : $3x + 4y + 16 = 0$.

- A. Να βρείτε την απόσταση των παράλληλων ευθειών ε_1 και ε_2 .

Μονάδες 7

- B. Να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης ευθείας των ε_1 και ε_2 .

Μονάδες 8

- Γ. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο τομής της ευθείας ε_1 με τον άξονα x' και αποκόπτει από την ευθεία ε_2 χορδή μήκους $d = 4\sqrt{3}$.

Μονάδες 10