

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΤΡΙΤΗ 27 ΜΑΪΟΥ 2003  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ 1ο**

A. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $f(x) = x$  είναι  $f'(x) = 1$ .

**Μονάδες 8**

B. Πότε μια συνάρτηση  $f$  σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της λέγεται γνησίως αύξουσα και πότε γνησίως φθίνουσα;

**Μονάδες 6**

Γ. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων.

**Μονάδες 6**

Δ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Το εύρος είναι μέτρο θέσης.

β. Η διακύμανση εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

γ. Ισχύει  $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$  όπου  $f$ ,  $g$  παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

δ. Δύο ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  του ίδιου δειγματικού χώρου  $\Omega$  λέγονται ασυμβίβαστα, όταν  $A \cap B = \emptyset$ .

ε. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται μόνο για τη γραφική παράσταση των ποσοτικών μεταβλητών.

Μονάδες 5

**ΘΕΜΑ 2ο**

Στο σύλλογο καθηγητών ενός λυκείου το 55% είναι γυναίκες, το 40% των καθηγητών είναι φιλόλογοι και το 30% είναι γυναίκες φιλόλογοι. Επιλέγουμε τυχαία έναν καθηγητή για να εκπροσωπήσει το σύλλογο σε κάποια επιτροπή.

Να υπολογίσετε τις πιθανότητες ο καθηγητής να είναι:

α. γυναίκα ή φιλόλογος

Μονάδες 5

β. γυναίκα και όχι φιλόλογος

Μονάδες 5

γ. άνδρας και φιλόλογος

Μονάδες 7

δ. άνδρας ή φιλόλογος.

Μονάδες 8

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

A. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι το σύνολο:

α.  $\mathbb{R}$    β.  $(-1, 1)$    γ.  $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$    δ.  $(1, +\infty)$

Μονάδες 5

B. Να αποδείξετε ότι  $f'(x) < 0$  για κάθε  $x$  του πεδίου ορισμού της.

Μονάδες 7

Γ. Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow -1} (x+1) \cdot f(x)$ .

Μονάδες 6

Δ. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $(\theta, f(\theta))$  με τον άξονα  $x'x$ .

Μονάδες 7

**ΘΕΜΑ 4ο**

Στον πίνακα που ακολουθεί παρουσιάζεται η χρηματική παροχή από τους γονείς, σε Ευρώ, δείγματος έξι μαθητών της πρώτης τάξης (ομάδα Α) και έξι μαθητών της δεύτερης τάξης (ομάδα Β) ενός Γυμνασίου.

Ομάδα Α	Ομάδα Β
1	7
8	14
9	6
5	4
3	12
4	5

α. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο των παρατηρήσεων κάθε ομάδας.

Μονάδες 6

β. Να συγκρίνετε μεταξύ τους ως προς την ομοιογένεια τις δύο ομάδες.

Μονάδες 5

γ. Αν σε κάθε παρατήρηση της ομάδας Α γίνει αύξηση 20% και οι παρατηρήσεις της ομάδας Β αυξηθούν κατά 5 Ευρώ η κάθε μία, πώς

διαμορφώνονται οι νέες μέσες τιμές των δύο ομάδων;

**Μονάδες 8**

- δ. Να συγκρίνετε μεταξύ τους ως προς την ομοιογένεια τις δύο ομάδες με τα νέα δεδομένα.

**Μονάδες 6**

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.  
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μια (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

1.

- A. θεωρία βιβλίου σελ. 28  
B. θεωρία βιβλίου σελ. 13  
Γ. θεωρία βιβλίου σελ. 87,88  
Δ. α. λάθος  
β. λάθος  
γ. σωστό  
δ. σωστό  
ε. λάθος

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

$$P(\Gamma) = 0,55 \quad P(\Phi) = 0,40 \quad P(\Gamma \cap \Phi) = 0,30$$

α.  $P(\Gamma \cup \Phi) = P(\Gamma) + P(\Phi) - P(\Gamma \cap \Phi) = 0,55 + 0,40 - 0,30 = 0,65$

β.  $P(\Gamma - \Phi) = P(\Gamma) - P(\Gamma \cap \Phi) = 0,55 - 0,30 = 0,25$

γ.  $P(\Phi \cap A) = (\text{όμως } A = \Gamma')$

$$P(\Phi \cap \Gamma') =$$

$$P(\Phi - \Gamma) = P(\Phi) - P(\Gamma \cap \Phi) = 0,40 - 0,30$$

δ. Είναι  $P(A) = P(\Gamma') = 1 - P(\Gamma) = 1 - 0,55 = 0,45$

Άρα  $P(A \cup \Phi) = P(\Phi) + P(A) - P(\Phi \cap A)$

$$= 0,40 + 0,45 - 0,10 = 0,75$$

ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

A. γ

$$B. f'(x) = \frac{x'(x^2-1) - x(x^2-1)'}{(x^2-1)^2} = \frac{x^2-1 - x \cdot 2x}{(x^2-1)^2} = \frac{-x^2-1}{(x^2-1)^2} = -\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2} < 0$$

Για κάθε  $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

$$Γ. \lim_{x \rightarrow -1} [(x+1) \cdot f(x)] = \lim_{x \rightarrow -1} [(x+1) \cdot \frac{x}{(x^2-1)}] =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} [(x+1) \frac{x}{(x+1)(x-1)}] = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{x-1} = \frac{-1}{-1-1} = \frac{1}{2}$$

$$Δ. \epsilon\phi\omega = f'(\theta) = \frac{-0^2-1}{(0^2-1)^2} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\text{Άρα } \omega = \frac{3\pi}{4}$$

ΘΕΜΑ 4<sup>0</sup>

$$\alpha. \bar{x}_A = \frac{1+8+5+3+4}{6} = \frac{30}{6} = 5 \text{ €}$$

$$\bar{x}_B = \frac{7+14+6+4+12+5}{6} = \frac{48}{6} = 8 \text{ €}$$

$$A: 1, 3, 4, 5, 8, 9 \quad \delta_A = \frac{4+5}{2} = 4,5 \text{ €}$$

$$B: 4, 5, 6, 7, 12, 14 \quad \delta_B = \frac{6+7}{2} = 6,5 \text{ €}$$

$$\beta. S_A^2 = \frac{(1-5)^2 + (3-5)^2 + (4-5)^2 + (5-5)^2 + 8-5^2 + 9-5^2}{6}$$

$$= \frac{16+4+1+0+9+16}{6} = \frac{46}{6} = \frac{23}{3} \text{ €}^2$$

$$S_B^2 = \frac{4-0^2 + 5-8^2 + 6-8^2 + 7-8^2 + 12-8^2 + 14-8^2}{6}$$

$$= \frac{16+9+4+1+16+36}{6} = \frac{82}{6} = \frac{41}{3} \text{ €}^2$$

$$\text{Άρα } S_A \sqrt{\frac{23}{3}} = \frac{\sqrt{69}}{3} \text{ €}$$

$$S_B = \sqrt{\frac{41}{3}} = \frac{\sqrt{123}}{3} \text{ €}$$

$$CV_A = \frac{S_A}{\bar{x}_A} = \frac{\frac{\sqrt{69}}{3}}{5} = \frac{\sqrt{69}}{15}$$

$$CV_B = \frac{S_B}{\bar{x}_B} = \frac{\frac{\sqrt{123}}{3}}{8} = \frac{\sqrt{123}}{24}$$

$$\text{Αλλά } \left( \frac{\sqrt{69}}{15} \right)^2 = \frac{69}{225}$$

$$\left( \frac{\sqrt{123}}{24} \right)^2 = \frac{123}{576}$$

$$\text{Όμως } \frac{69}{225} > \frac{123}{576} \Leftrightarrow (CV_A)^2 > (CV_B)^2 \Leftrightarrow CV_A > CV_B$$

Δηλ. Β μεγαλύτερη ομοιογένεια από το Α

γ. Για δείγμα Α έχω

$$y_i = x_i + \frac{20}{100}x_i = 1,2x_i$$

$$\text{Άρα } \bar{y}_A = 1,2\bar{x}_A = 1,2 \cdot 5 = 6 \text{€}$$

Για δείγμα Β έχω

$$y_i = x_i + 5$$

$$\text{Άρα } \bar{y}_B = \bar{x}_B + 5 = 8 + 5 = 13 \text{€}$$

$$\delta. CV_A' = \frac{1,2S_A}{1,2\bar{x}_A} = \frac{S_A}{\bar{x}_A} = CV_A = \frac{\sqrt{69}}{15} \text{ αμετάβλητη ομοιογένεια}$$

$$CV_B' = \frac{S_B}{\bar{x}_B + 5} = \frac{\frac{\sqrt{123}}{3}}{13} = \frac{\sqrt{123}}{39}$$

$$\text{Όμως } CV_B' < CV_B < CV_A = CV_A'$$

$$\text{Άρα } CV_B' < CV_A'$$

Εξακολουθεί το δείγμα Β να έχει μεγαλύτερη ομοιογένεια